منتدى تو عرب التعليمي

www.arabia2.com/vb

# موقع توعرب التعليمي

www.arabia2.com/vb

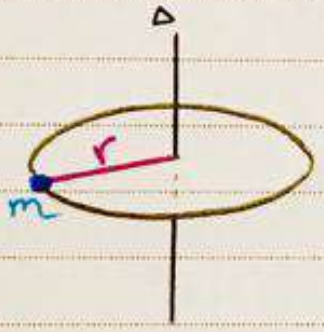
# الأستاذ: كنانة شعوط

- مفهوم عزم العطالة:

هو ممانعة الجسم لتغير سرعته الزاوية وعزم له بالرمز $I_\Delta$

- ملاحظة: يتعلق عزم عطالة جسم بكتلته، فهو يزداد بزيادتها وينقص بنقصانها ...

1- عزم عطالة نقطة مادية: إن عزم عطالة نقطة مادية حول محور دوران ثابت يتناسب طرداً مع كتلة النقطة m، ومع مربع بعدها عن محور الدوران r.




$$I_\Delta = mr^2$$

2- عزم عطالة جسم صلب يدور حول محور يمر من مركز عطالته:

1- اذا كان الجسم الصلب (سباعي) متجانس متناظر فيكون:

$$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} m l^2$$

ملاحظة: يعطى في المسألة.

2- اذا كان الجسم الصلب (قرصي) متجانس متناظر فيكون:

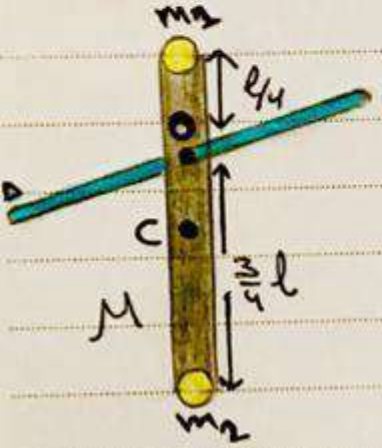
$$I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} M r^2$$

ملاحظة: يعطى في المسألة.

كنانة & شعوط

تطبيق ⑦ :

لتستنتج بالرموز العلاقة المحددة لعزم عطالة جملة مادية مؤلفة من ساق متجانسة كتلتها M وطولها l تحمل في طرفيها كتلتان نقطيتان $m_1$ و $m_2$ والمجموعة تدور حول محور دوران ملائم نقطة تبعد عن الكتلة الدنيا بمقدار $l/4$.




الحل ...

$$I_{\text{جملة}} = I_{\text{ساق}} + I_{\text{كتلة } m_1} + I_{\text{كتلة } m_2} \quad *$$

لأن كتلتها مركزة وتكون $I_{\text{ساق}} = 0$

$$I_{m_1} = m_1 r_1^2 \quad ; r_1 = \frac{l}{4}$$

$$I_{m_1} = m_1 \frac{l^2}{16}$$

$$I_{m_2} = m_2 r_2^2 \quad ; r_2 = \frac{3}{4} l$$

$$I_{m_2} = m_2 \frac{9}{16} l^2$$

نعوض في * .

$$I_{\text{جملة}} = m_1 \frac{l^2}{16} + m_2 \frac{9}{16} l^2$$

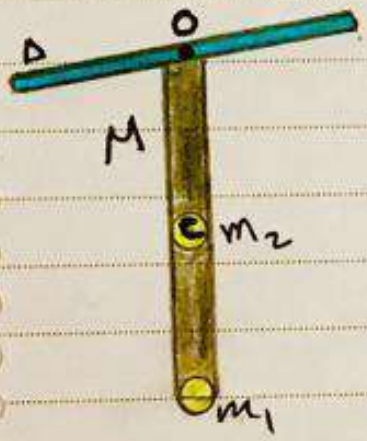
$$I_{\text{جملة}} = \frac{l^2}{16} (m_1 + 9m_2)$$

أ. كتابة & شعوط

الأنشطة: الدينامية شموط

تمرين ⑥:

استنتج بالرموز العلاقة المحددة لعزم عطالة جملة مادية مؤلفة من ساقة متجانسة كتلتها مهملة وطولها $\ell$، تحمل في طرفها السفلي كتلة نقطية $m_1$ وتثبت في منتصفها كتلة نقطية $m_2$ والجملة تقبل دوران حول محور $(\Delta)$ يمر من طرفها العلوي.




الحل:

$$I_{\Delta/\text{الجملة}} = I_{\Delta/\text{الساقة}} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$$

$$I_{\Delta/\text{الجملة}} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad ; r_1 = \ell \; , \; r_2 = \ell/2$$

$$I_{\Delta/\text{الجملة}} = m_1 \ell^2 + m_2 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$I_{\Delta/\text{الجملة}} = m_1 \ell^2 + \frac{1}{4} m_2 \ell^2$$

$$I_{\Delta/\text{الجملة}} = \ell^2 \left(m_1 + \frac{1}{4} m_2\right)$$

أ. كنانة & شموط

تطبيق ⑤:

نستنتج بالرموز العلاقة المحددة لعزم عطالة جملة مادية مؤلفة من قرص متجانس كتلته M نصف قطره r مثبت في نقطة من محيطه كتلة نقطية m حيث أن $m=M$ والجملة تدور حول محور دوران مار من الطرف العلوي للقرص، علماً أن عزم عطالة القرص حول محور دوران مار من مركز عطالته $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}Mr^2$

الحل ...

$$I_{\Delta \text{جملة}} = I_{\Delta \text{قرص}} + I_{\Delta \text{كتلة}} \quad +$$

هايقتلر

ولكن $I_{\Delta \text{قرص}} = I_{\Delta/c} + Md^2$ : $d=r$

$$I_{\Delta \text{قرص}} = \frac{1}{2}Mr^2 + Mr^2$$

$$I_{\Delta \text{قرص}} = \frac{3}{2}Mr^2$$

أيضاً $I_{\Delta \text{كتلة}} = mr^2$ : $r=2r$

$$I_{\Delta \text{كتلة}} = m(2r)^2 = 4mr^2$$

نعوض في + ...

ولكن $m=M$ $I_{\Delta \text{جملة}} = \frac{3}{2}Mr^2 + 4mr^2$

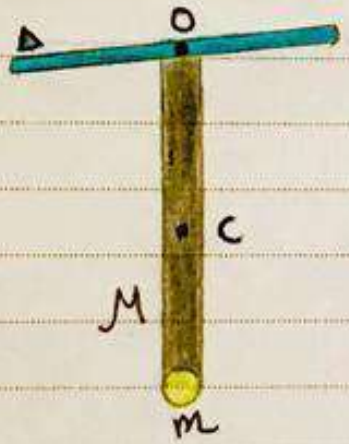
$$I_{\Delta \text{جملة}} = \frac{3}{2}mr^2 + 4mr^2 = \frac{3}{2}mr^2 + \frac{8}{2}mr^2$$

$$I_{\Delta \text{جملة}} = \frac{11}{2}mr^2$$

أ. كنانة شموط

تطبيق (4):

استنتج بالرموز الحدية لعزم عطالة جملة مادية مؤلفة من ساق متجانسة كتلتها M وطولها ℓ، تحمل في طرفها السفلي كتلة نقطية m، والجملة تقبل حول محور دوران عامودي على الساق في نقطة O. إذا علمت أن عزم عطالة الساق حول محور عامودي مماس $I_{ok} = \frac{1}{12}M\ell^2$




تصوير

اكل...

$$I_{\text{جملة}/\Delta} = I_{\text{ساق}/\Delta} + I_{\text{كتلة}/\Delta}$$

هاي نفتت

$$I_{\text{جملة}/\Delta} = I_{ok} + Md^2 + mr^2 \quad : d = \ell/2 \quad : r = \ell$$

$$I_{\text{جملة}/\Delta} = \frac{1}{12}M\ell^2 + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m\ell^2$$

$$I_{\text{جملة}/\Delta} = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 + m\ell^2$$

$$I_{\text{جملة}/\Delta} = \frac{4}{12}M\ell^2 + m\ell^2$$

$$I_{\text{جملة}/\Delta} = \frac{1}{3}M\ell^2 + m\ell^2$$

$$I_{\text{جملة}/\Delta} = \ell^2\left(\frac{1}{3}M + m\right)$$

حالة خاصة: $m = M$

$$\Rightarrow I_{\text{جملة}/\Delta} = \ell^2\left(\frac{M}{3} + M\right) = M\ell^2\left(\frac{1}{3} + 1\right)$$

$$I_{\text{جملة}/\Delta} = \frac{4}{3}M\ell^2$$

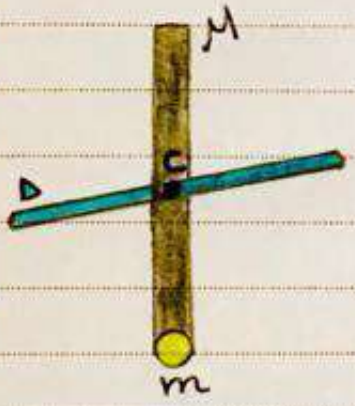
أ. كنانة & شعوط

للأستاذ: كانة شهوط

تطبيق 3 :

نستنتج بالرمز العلاقة المحددة لعزم عطالة جملة مادية مؤلفة من ساق متجانسة كتلتها M وطولها ℓ تعمل في طرفها السفلي كتلة نقطية m. والجملة قابلة للدوران حول محور أفقي مار من مركز عطالتها.

علما أن عزم عطالة الساق حول محور مار من مركز عطالتها : $I_{\Delta} = \frac{1}{12} M \ell^2$




الحل :

$$I_{جملة} = I_{\Delta ساق} + I_{\Delta m}$$

$$I_{جملة} = \frac{1}{12} M \ell^2 + m r^2 \quad ; \quad r = \frac{\ell}{2}$$

$$I_{\Delta جملة} = \frac{1}{12} M \ell^2 + m \frac{\ell^2}{4}$$

$$I_{\Delta جملة} = \frac{1}{4} \ell^2 \left( \frac{1}{3} M + m \right)$$

أ. كانة & شهوط

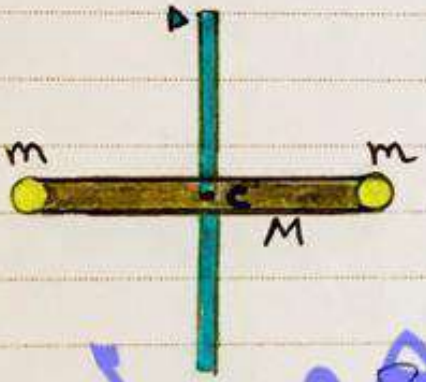
الأنشطة: كتابة شعوط

4. عزم عطالة جملة مادية: إن عزم عطالة جملة مادية حول محور دوران ثابت يساوي مجموع عزوم عطالة مكوناتها الجملة.

تطبيق ②.

استنتج بالرموز العلاقة المحددة لعزم عطالة جملة مادية مؤلفة من ساعة حائط كتلتها M، طولها l، تعمل في مرمزين كتلتان نقطيتان كتلة كل منها m، والجملة تدور حول محور دوران عمودي مستوي عما أن عزم عطالة الساعة حول محور دوران عمودي مركزي عطالتها:

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} M l^2$$




ا.ك:

$$I_{\Delta/\text{جملة}} = I_{\Delta/\text{ساعة}} + I_{\Delta/m} + I_{\Delta/m}$$

$$I_{\Delta/\text{جملة}} = I_{\Delta/\text{ساعة}} + 2\, I_{\Delta/m} \quad *$$

ولكن

$$I_{\Delta/\text{ساعة}} = I_{\Delta/C} = \frac{1}{12} M l^2$$

$$I_{\Delta/\text{كتلة}} = mr^2 = m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} m l^2$$

نعوض في *

$$I_{\Delta/\text{جملة}} = \frac{1}{12} M l^2 + 2 \times \frac{1}{4} m l^2$$

$$I_{\Delta/\text{جملة}} = \frac{1}{2} l^2 \left(\frac{1}{6} M + m\right)$$

أ كتابة & شعوط

## 3 - نظرية هايغنز:

سؤال: كيف يتغير عزم عطالة الجسم اذا كان محور دوران لا يمر من مركز عطالته؟

أجاب هايغنز على هذا التساؤل بنظريته التي تنص على أن:

عزم العطالة $I_{\Delta'}$ لجسم صلب بالنسبة الى محور دوران $\Delta'$ لا يمر من مركز عطالته يساوي عزم عطالته $I_{\Delta}$ حول محور دوران $\Delta$ يوازي المحور $\Delta'$ ويمر من مركز عطالته، مضافاً اليه جداء كتلته $m$ في مربع البعد بين المحورين $d$ ويعبر عنه رياضياً بالعلاقة:

$$I_{\Delta'} = I_{\Delta/C} + md^2$$

حيث: $m$ كتلة الجسم، و $d = OC$

مكتبة & شحوط

### تطبيق (1)

استنتج بالرمز العلاقة المحددة لعزم عطالة ساق متجانسة طولها $l = 1m$ كتلتها $1.2kg$، حول محور يمر من نهاية العلوية، وعمودي عليها. اذا علمت أن عزم عطالة الساق حول محور عمودي منتصفها $I_{\Delta/C} = \frac{1}{12}Ml^2$ ثم احسب قيمته.

هايغنز

$$I_{\Delta/O} = I_{\Delta/C} + Md^2 \quad ; \quad I_{\Delta/C} = \frac{1}{12}Ml^2,\ d = \frac{1}{2}l$$

$$I_{\Delta/O} = \frac{1}{12}Ml^2 + M\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$I_{\Delta/O} = \frac{1}{12}Ml^2 + \frac{1}{4}Ml^2 = \frac{1}{3}Ml^2 = \frac{1}{3} \times 1.2 \times 1^2$$

$$\Rightarrow I_{\Delta/O} = 0.4\ kg.m^2$$